

Ermittlung der Größe eines Energiespeichers für eine volatil schwankende Stromproduktion

Detlef Ahlborn

1.	Einleitung	1
2.	Speicher mit zufälligem Zu- und Abfluss.....	2
3.	Endlicher Speicher mit Drift.....	4
4.	Reales Speichersystem mit Power To Gas.....	7
5.	Schlussfolgerungen und Fazit.....	8
6.	Quellen	9

Die vollständige Dekarbonisierung der Stromversorgung mit Wind- und Solar-energie erfordert einen Energiespeicher, der zu jedem Zeitpunkt zur Verfügung steht und überdies in der Lage sein muss, unter praktisch allen Bedingungen eine ausreichende Energiemenge zur Überbrückung einer längeren Dunkel-flaute zur Verfügung zu stellen. Ein Speichersystem für erneuerbare Energien muss so redundant dimensioniert werden, dass es den Strombedarf des Netzes zu jedem Zeitpunkt für einen längeren Zeitraum mit sehr hoher Wahr-scheinlichkeit decken kann.

1. Einleitung

Die zeitlichen Schwankungen der Stromproduktion aus Wind- und Solaranlagen (W&S) und deren häufiger Abfall auf sehr kleine Werte bedingen ein vollstän-diges Ersatzsystem für die sichere Versorgung des Netzes. Die typischen so-geannten Dunkelflauten können eine Dauer haben, die insgesamt 18 durch-schnittlichen Tagesverbräuchen entspricht [1]. Wenn dieser Energiebetrag aus einem Speicher zur Verfügung gestellt werden soll, muss dieser Energiebetrag in jedem Augenblick zur Verfügung stehen.

Bei dieser Anforderung an ein Speichersystem tritt ein spezifisches Problem auf, das in der zufälligen Natur der Stromproduktion aus Wind- und Solarkraftwerken begründet ist: Jeder Speicher wird mit einem zufällig schwankenden Zulauf befüllt und im Allgemeinen schwankt auch der Ablauf zufällig. Nach welchen Gesetzen schwankt der Speicherinhalt bei volatilem Zu- und Ablauf? Im mathematischen Sinne wirkt ein Speicher als integrierendes System, sodass die Frage zu stellen ist, welche Aussagen über die Schwankungen des Speicherinhalts getroffen werden können, wenn der zufällige Zu- und Ablauf in bzw. aus dem Speicher über die Zeit integriert werden.

Ein einfaches Gedankenexperiment soll die Problemstellung anschaulich illustrieren: Stellen wir uns vor, dass der preußische König Friedrich der Große seine Müller verpflichtet hätte, einen Vorrat an Mehlsäcken anzulegen, damit sie in der Lage sind, jeden Tag eine bestimmte Anzahl von Mehlsäcken ohne Einschränkung über einen Zeitraum von z. B. 30 Tagen zu liefern. Wie müssen Vorrat und schwankender Mahlprozess unter diesen Bedingungen aufeinander abgestimmt werden?

2. Speicher mit zufälligem Zu- und Abfluss

Grundlage für die vorliegende Arbeit sind die Zeitreihen der W&S-Produktion von Deutschland aus den Jahren 2011 bis 2020. Während dieser Zeit sind die installierten Nennleistungen stark angestiegen. Der dadurch bewirkte Trend wurde aus den Daten eliminiert, indem die stündlich vorliegenden W&S-Leistungen mit den stündlich dokumentierten Nennleistungen auf die installierte Nennleistung am Ende des Jahres 2020 hochgerechnet wurden. Der Zeitverlauf der W&S-Produktion ist in Abbildung 1 dargestellt.

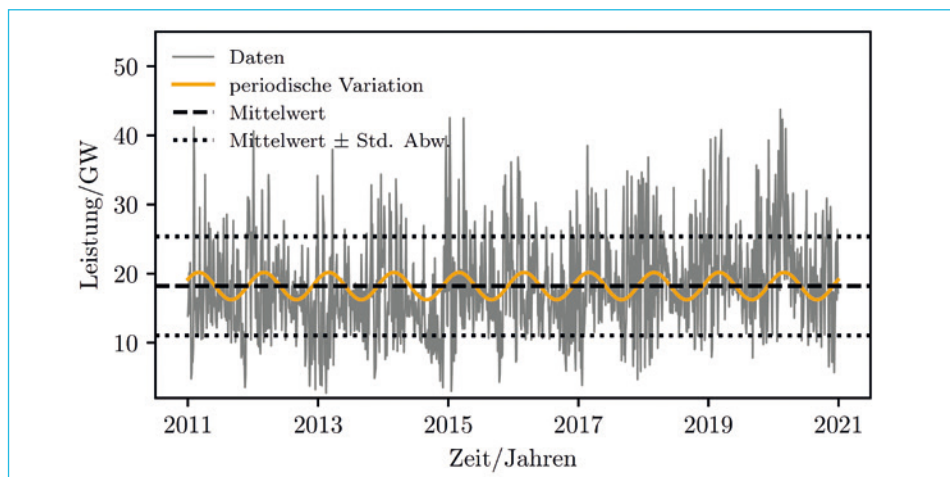


Abb. 1: Zeitverlauf der Wind- und Solarleistung $Q(t)$ (bei konstanter Nennleistung) von Deutschland von 2011 bis 2020 mit einer mittleren Leistung von 18195 MW. Dargestellt sind die Leistungsmittelwerte über nicht überlappende Drei-Tages-Intervalle [3].

Um die wesentlichen Zusammenhänge klarer aufzuzeigen, wird zunächst die gesamte Stromproduktion einem einzigen Pumpspeicher mit einem Wandlungs-Wirkungsgrad von 100 % zugeführt. Als weitere Vereinfachung wird angenommen, dass der Leistungsbedarf des Stromnetzes zu jedem Zeitpunkt mit dem Zehn-Jahres-Mittelwert der W&S-Produktion übereinstimmt und damit zeitlich konstant ist.

In Abbildung 2 sind die zeitlichen Verläufe des Speicher-Energieinhalts dargestellt, wenn man bei zeitlich konstanter Netzleistung den Speicher nacheinander mit den Produktionsdaten der Jahre 2011, 2012 usw. befüllt. Ganz offensichtlich kann der Energieinhalt des Speichers im Laufe eines Jahres ebenso ansteigen wie abfallen. Es ist nicht möglich, den Speicherinhalt zu einem beliebigen Zeitpunkt vorauszuberechnen. Daher kann aus einem Energieinhalt-Zeitverlauf nicht auf eine erforderliche Speichergröße geschlossen werden.

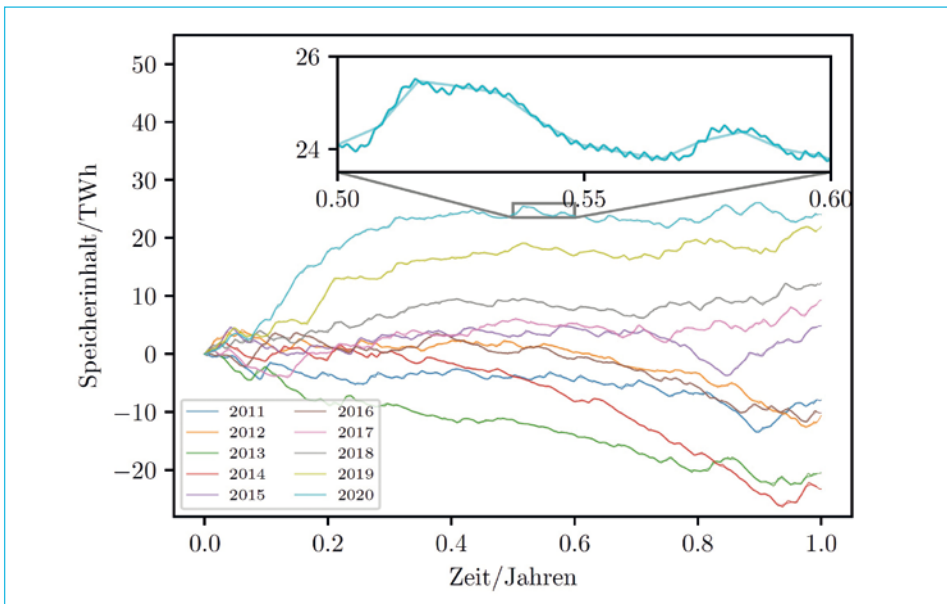


Abb. 2: Energieinhalt eines verlustfreien Pumpspeichers mit konstanter Abflussleistung und Zulauf aus Wind- und Solarstrom. Der konstante Ablauf stimmt mit dem mittleren Zehn-Jahres-Mittelwert der W&S-Leistung überein. Dargestellt sind die Energieinhalte für die Jahre 2011, 2012 usw.

Dieses Verhalten ist typisch für Systeme, bei denen zufällige Größen aufsummiert bzw. integriert werden: Folgendes Gedankenexperiment soll das verdeutlichen: Wir denken uns ein halb gefülltes Kinder-Planschbecken, das mit einem Eimer befüllt und entleert wird. Durch Wurf einer Münze entscheiden wir, ob wir einen Eimer Wasser hinzu füllen oder entnehmen. Wie ist der Verlauf des Füllstands nach ein, zwei, drei usw. Münzwürfen? Aus der Theorie der stochastischen Prozesse [2] sind derlei Probleme als *Random Walk* bekannt und die

Antwort auf die Frage lautet: Man kann keine Aussage über den Inhalt treffen. Bei ausreichend großer Anzahl von Münzwürfen kann das Planschbecken ebenso über- wie leerlaufen. Dieser Effekt ist aus der Spieltheorie als *Gamblers Ruin Problem* [2] bekannt: Ein Spieler mit einer Gewinnchance von 50 % kann sein eingesetztes Spielkapital verspielen und sich so vom Spiel ausschließen.

Der Verlauf eines Planschbecken-Füllstands ist in Abbildung 3 dargestellt. Dieser zeigt das gleiche prinzipielle Verhalten wie der idealisierte Pumpspeicher in Abbildung 2. Es ist ein besonderes Merkmal des Random Walk, dass die Varianz linear mit der Anzahl der Versuche (hier: Münzwürfe) anwächst, das heißt, dass die Füllstandsverläufe mit steigender Anzahl von Münzwürfen immer weiter auseinanderlaufen. Hierbei ist die Steigung der Varianz-Zeit-Funktion ein Maß für die Volatilität und damit ein Maß für die Schwankungen des Zulaufs.

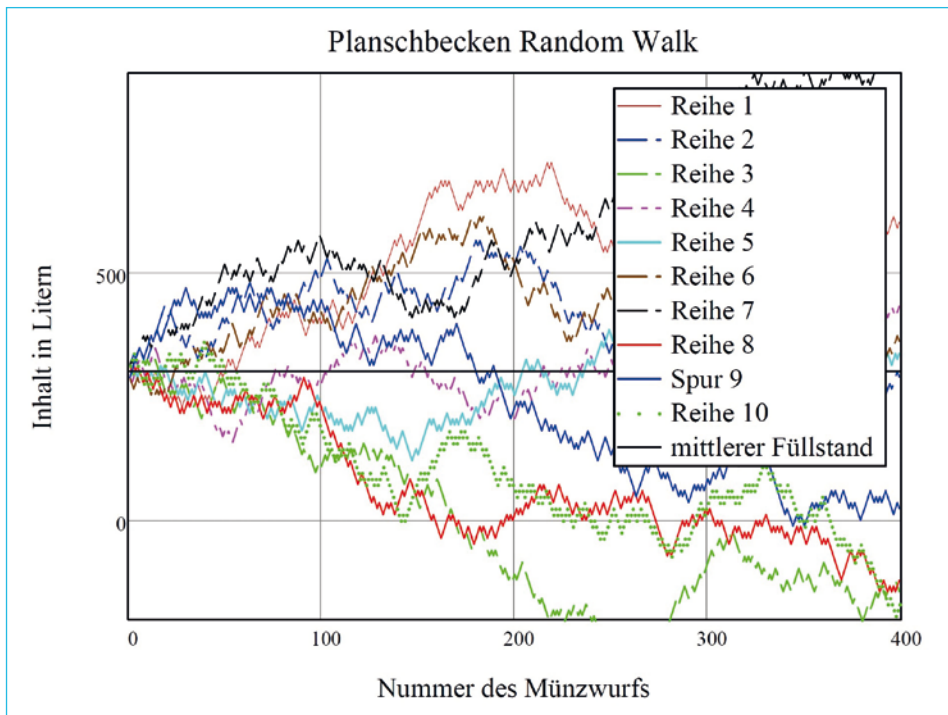


Abb. 3: Füllstände eines Planschbeckens bei Befüllung mit zehn Versuchsreihen eines Münzwurf-Zufallsexperiments

Der Verlauf des Speicherfüllstands in Abbildung 2 kann wie folgt verstanden werden: Zerlegt man die volatile Stromproduktion $Q(t)$ in Abbildung 1 in einen zeitlich konstanten Anteil $\bar{Q}$, in einen periodischen Anteil $Q_P(t)$ und in einen zufällig schwankenden Anteil $\xi(t)$, so ergibt sich der Energieinhalt $E(t)$ des Speichers mit konstantem Ablauf $\bar{R}$ zum Zeitpunkt t zu

$$E(t) = E_0 + \int_0^t \bar{Q} + Q_P(\tau) + \xi(\tau) - \bar{R} \, d\tau \quad (1)$$



Hier ist die mittlere Leistung $\bar{R}$ mit dem zeitlich konstanten Leistungsbedarf des zu versorgenden Stromnetzes identisch und E_0 der Energieinhalt des Speichers zum Zeitpunkt $t = 0$. Nimmt man bei einem verlustfreien Speicher an, dass die mittlere Leistung der volatilen Stromproduktion mit der mittleren (und konstanten) Leistung des Netzes übereinstimmt, so ergibt sich bei vernachlässigten periodischen Schwankungen durch Differenzieren

$$\dot{E} = \xi(t) \quad (2)$$

Die zeitlich nunmehr stetigen Schwankungen des Energieinhalts stimmen also mit den zufälligen Schwankungen der Stromproduktion überein, die hier als Störung des Inhalts wirken. Für normalverteilte, stationäre Schwankungen wird ein solcher Stochastischer Prozess als Wiener Prozess bezeichnet [2]. Die auseinanderlaufenden Verläufe in Abbildung 2 sind typisch für einen Wiener Prozess. Der Anstieg der Varianz-Zeit-Funktion des Speicherinhalts wird durch eine Konstante C beschrieben. Sie ist ein Maß für die Volatilität und damit ein Maß für die Schwankungen des Zulaufs und ist proportional zur dessen Varianz [3]:

$$\text{var}\langle E(t) \rangle = C t \quad (3)$$

3. Endlicher Speicher mit Drift

Wird die volatile Stromproduktion gegenüber dem Leistungsbedarf des Netzes erhöht, erfährt der Speicher eine Tendenz zum Überlauf. Mit anwachsendem Zulauf wird ein vollständig gefüllter Speicher wahrscheinlicher, ein leerer Speicher tritt seltener auf. Wenn der Speicher mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit immer zur Verfügung stehen soll, besteht die Aufgabe also darin, den mittleren Zulauf so weit über den mittleren Ablauf zu erhöhen, dass der Speicher mit hoher Wahrscheinlichkeit vollständig bzw. in definierten Grenzen stets fast vollständig gefüllt ist. Diese Wahrscheinlichkeit kann aus der statistischen Verteilungsfunktion des Speicherfüllstands geschätzt werden:

Erhöht man den Speicherzulauf $Q(t)$ um einen Faktor α auf $\alpha Q(t)$, so ergibt sich

$$\dot{E} = \alpha [\bar{Q} + \xi(t)] - \bar{R} \quad (4)$$

Da der mittlere Leistungsbedarf $\bar{R}$ mit der ursprünglichen mittleren volatilen Leistung $\bar{Q}$ übereinstimmt, folgt

$$\dot{E} = (\alpha - 1) \bar{R} + \alpha \xi(t) \quad (5)$$

Den zufälligen Schwankungen des Energieinhalts wird durch den zusätzlichen Term ein zeitlich konstanter Anstieg überlagert, der als Drift bezeichnet wird. Stochastische Prozesse dieses Typs bezeichnet man bei stationärer, normalverteilter Schwankung als Wiener-Prozess mit Drift. Jeder endliche Speicher hat

durch diese Drift eine Tendenz zum Überlauf und kann mit hoher Wahrscheinlichkeit zur Verfügung stehen, wenn die Drift richtig auf die volatilen Schwankungen der Stromproduktion abgestimmt ist. Damit ist a priori klar, dass ein ausreichender Speicher-Energieinhalt nur dann sicher zur Verfügung stehen kann, wenn ausreichend W&S-Produktions-Überkapazitäten vorhanden sind, um diese Drift zu bewirken.

Gleichungen des vorgenannten Typs sind in der statistischen Mechanik als Langevin-Gleichungen bekannt: Die Bewegungsgleichung für die Ortskoordinate x eines Brown'schen-Teilchens unter der Einwirkung einer konstanten Kraft F_s (z. B. der Gewichtskraft bei einem absinkenden Teilchen) und einer statistisch fluktuierenden Kraft $\eta(t)$ in einer Flüssigkeit mit der Viskosität γ lautet

$$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x} + F_s + \eta(t) \quad (6)$$

Bei zähen Flüssigkeiten kann angenommen werden, dass die Trägheitskräfte vernachlässigbar klein sind, woraus sofort

$$\begin{aligned} \gamma\dot{x} &= F_s + \eta(t) \\ \Rightarrow \dot{x} &= \frac{F_s}{\gamma} + \frac{\eta(t)}{\gamma} \end{aligned} \quad (7)$$

folgt. Der erste Term bewirkt eine zeitlich konstante Drift, der zweite Term beschreibt die stochastischen Schwankungen der Ortskoordinaten der Teilchen. Die mathematische Struktur dieser Bewegungsgleichung stimmt mit der Gleichung für die Energieschwankungen des Speichers überein. Damit ist gezeigt, dass sich ein Speicher für eine volatile Stromproduktion mit einschlägig bekannten Methoden der Statischen Mechanik und der Mathematik der Stochastischen Prozesse beschreiben lässt. Im Besonderen soll hier die Verwandtschaft zwischen der stochastischen Speicherbefüllung und den Diffusionsvorgängen bei der Brown'schen Molekularbewegung betont werden.

Abbildung 4 stellt den Zeitverlauf des Energieinhalts eines Pumpspeichers bei einer Drift bzw. Leistungsüberkapazität von $\alpha = 1,2$ dar.

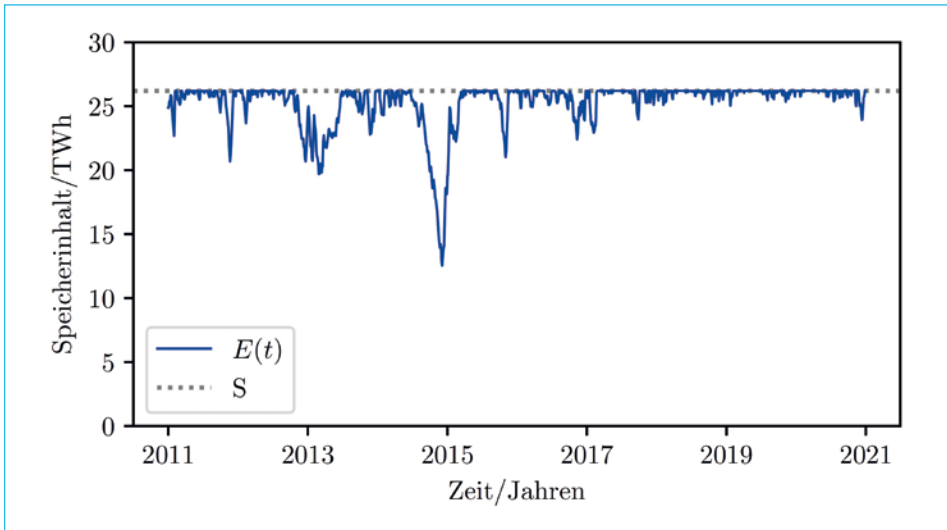


Abb. 4: Energieinhalt eines verlustfreien Pumpspeichersystems mit einer willkürlich angenommenen Größe von $S = 26$ TWh und einem Leistungszulauf gemäß Abbildung 1 und einem Driftfaktor von $\alpha = 1,2$

Der Verlauf verdeutlicht, dass der Speicherinhalt auch in Gegenwart einer Drift zufällige Schwankungen aufweist, die sich in einer teilweisen Entleerung äußern. Diese Schwankungen werden durch die zufälligen Schwankungen der Stromproduktion verursacht. In einer genaueren Analyse [3] wird nachgewiesen, dass die offensichtlichen, tiefen Füllstände bei Jahr 4 durch die systematisch niedrigere Jahresproduktion, z. B. durch ungünstige Wetterbedingungen, verursacht werden. Dort wird gezeigt, dass der stochastische Prozess der Wind- und Solarstromproduktion im strengen Sinne nicht stationär ist: Der Speicherinhalt wird vor allem durch die langfristigen Schwankungen der Stromproduktion von Jahr zu Jahr bestimmt. Schwankungen aus den systematischen jahreszeitlichen Schwankungen spielen nur eine untergeordnete Rolle. Jahreszeitliche Schwankungen sind aufgrund des Leistungs-Zeitverlaufs in Abbildung 1 auch nicht zu erwarten, schließlich ist die Standardabweichung wesentlich größer als die Amplitude der jahreszeitlichen Schwankungen. Abbildung 4 zeigt, dass selbst Überkapazitäten von 20 % eine tiefe Entleerung des Pumpspeichers nicht verhindern können.

Das Histogramm in Abbildung 5 zeigt, dass der Energieinhalt des Speichers in Abbildung 4 in brauchbarer Näherung exponentialverteilt ist.

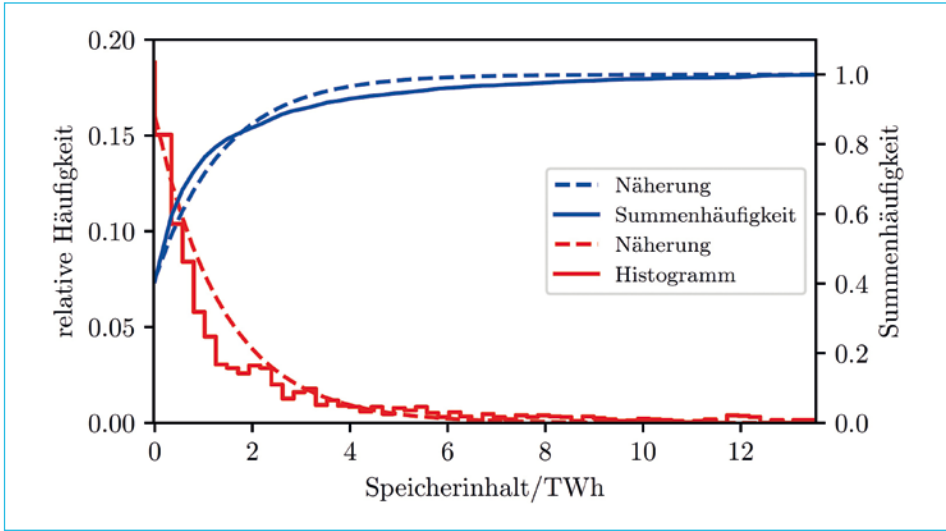


Abb. 5: Histogramm und Summenhäufigkeit des Energieinhalts des Speichers in Abbildung 4 und die Annäherung an die Verläufe durch ein stochastisches Modell auf der Grundlage der Fokker-Planck Gleichung. Als Abzisse wurde die Abweichung vom vollen Speicher gewählt.

Das lässt sich wie folgt begründen: Der Gleichung (5) für die Speicherbefüllung ist die sogenannte Fokker-Planck-Gleichung für die Verteilungsdichte $p(E)$ der Häufigkeit des Speicherinhalts $E(t)$ zugeordnet. Im stationären, also zeitlich unveränderlichen Fall lautet diese [3]

$$(\alpha-1) \bar{R} \frac{dp}{dE} + \frac{\alpha^2 C}{2} \frac{d^2 p(E)}{dE^2} = 0 \quad (8).$$

Wählt man als Maß für Speicherinhalt die Abweichung $z = S - E$ von der Speichergröße S und führt man die Abkürzung

$$B = \frac{2(\alpha-1) \bar{R}}{\alpha^2 C} \quad (9),$$

so lautet die Differenzialgleichung für den Speicherinhalt

$$0 = B \frac{dp(z)}{dz} + \frac{d^2 p(z)}{dz^2} \quad (10).$$

Damit ist nachgewiesen, dass die Verteilungsdichtefunktion des Speicherinhalts im stationären Fall durch eine Differenzialgleichung bestimmt ist, die durch eine e-Funktion der Form

$$p(z) = d_0 + d_1 e^{-Bz} \quad (11)$$

gelöst wird. Der Speicherinhalt ist also unter den genannten Bedingungen, insbesondere der Stationarität, exponentialverteilt. Die Konstante C ist letztlich durch die Varianz der W&S-Produktion bestimmt und kann aus der Autokorrelationsfunktion der W&S-Leistung ermittelt werden [3]. Die beiden Integrationskonstanten d_0 und d_1 sind durch die Randbedingungen des Problems be-



stimmt, sodass die Speichergröße über die Quantile der Verteilungsfunktion berechnet werden kann. Es ergibt sich [3], dass die erforderliche Speichergröße S_{erf} proportional zum Quotienten aus der Konstanten C und der konstanten Netzleistung ist:

$$S_{erf} \sim \frac{C}{\bar{R}} \quad (12)$$

Die Speichergröße ist damit durch die Variabilität vom Speicherzufluss bestimmt.

4. Reales Speichersystem mit Power To Gas

In der vorstehenden Betrachtung wurde als Idealisierung angenommen, dass die gesamte volatile Leistung aus W&S von einem idealisierten Speicher mit Wirkungsgrad 100 % aufgenommen wird. In einem realen Stromversorgungssystem wird die Stromproduktion aufgrund der Wirkungsgradverluste beim Speichern idealerweise direkt genutzt, lediglich Überschüsse werden gespeichert. Liegt die W&S-Stromproduktion unter dem Leistungsbedarf, erfolgt die Stromversorgung über Backup-Kraftwerke. Hier wird in zahlreichen Studien [4] das Power-To-Gas-Konzept gemäß Abbildung 6 favorisiert. Hier liegt der Speicher im Bypass. Abbildung 1 verdeutlicht, dass hohe Leistungsspitzen auftreten, die tatsächlich noch deutlich größer sind, weil hier lediglich Leistungsmittelwerte über drei Tage dargestellt sind. Diese überschüssige Leistung ist noch deutlich volatiler als die W&S-Leistung selbst [5]. Die Wandlungsverluste bei der sogenannten Methanisierung und bei der Rückverwandlung in elektrische Energie werden durch die beiden Wirkungsgrade η_M und η_G beschrieben.

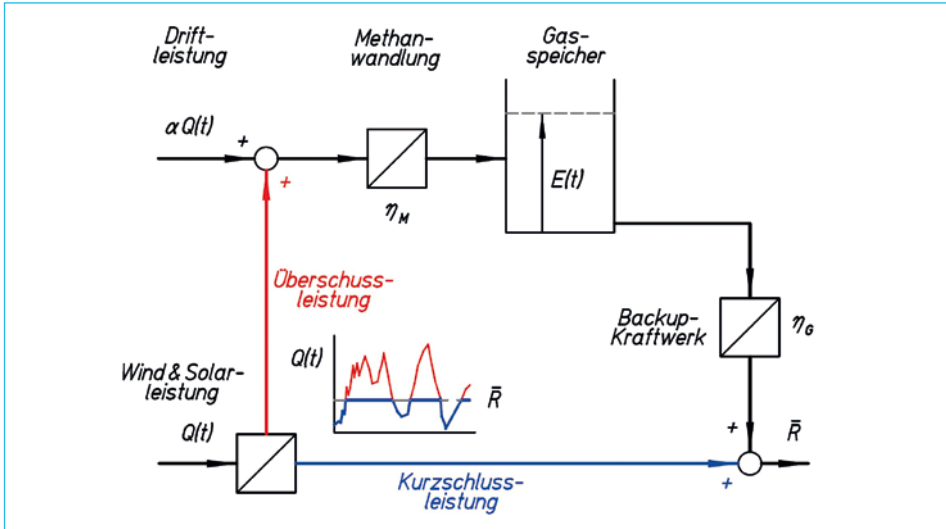


Abb. 6: Struktur eines Power-To-Gas-To-Power-Speichersystems in Bypass-Anordnung mit zusätzlicher Einspeisung einer Driftleistung $\alpha Q(t)$. Leistung unterhalb des Netz-Bedarfs (blau) wird direkt genutzt, überschüssige Leistung aus der W&S-Leistung (rot) wird in den Speicher geleitet.

Bilanziert man die elektrischen Arbeiten und die thermodynamischen Verluste anhand der W&S-Zeitreihen in Stundenaufösung, so ergibt sich, dass die W&S-Produktion bei $\eta_M = 0,65$ und $\eta_G = 0,3$ im Mittel um 64 % über dem mittleren Strombedarf des zu versorgenden Netzes liegen muss, um die thermodynamischen Verluste der beiden Wandlungsschritte zu decken. Dann stimmen der mittlere Zu- und Ablauf des Gasspeichers überein. Der angenommene Wirkungsgrad der Rückverstromung von 30 % kann hier noch als optimistischer Wert angesehen werden, schließlich müssen die Gaskraftwerke aufgrund der Schwankungen der W&S-Produktion mit stark schwankender Leistung betrieben werden. Niedrigere Wirkungsgrade bei geringer Last verringern hier den mittleren Wirkungsgrad [6].

Wie eingangs nachgewiesen, ist der Inhalt eines Speichers unvorhersehbar, solange der mittlere Zulauf mit dem mittleren Ablauf übereinstimmt. Daher wird der Zulauf in den Speicher in Abbildung 6 ähnlich wie bei einem idealisierten Pumpspeicher um einen Faktor α erhöht. Gemäß Abbildung 6 wird also der Anteil $\alpha Q(t)$ der W&S-Produktion direkt in speicherbare chemische Energie gewandelt. Zur Überbrückung einer 18-tägigen Dunkelflaute darf der Speicher-Energieinhalt bei einem Jahresstrombedarf von 550 TWh nie unter 18 Tagesverbräuche, also unter 27,1 TWh elektrische Energie sinken. Bei einem Wirkungsgrad von 0,3 müssen also stets 90,4 TWh thermische Energie als Gas im Speicher vorgehalten werden. Dieser Wert ist in Abbildung 7 als rote Linie dargestellt.

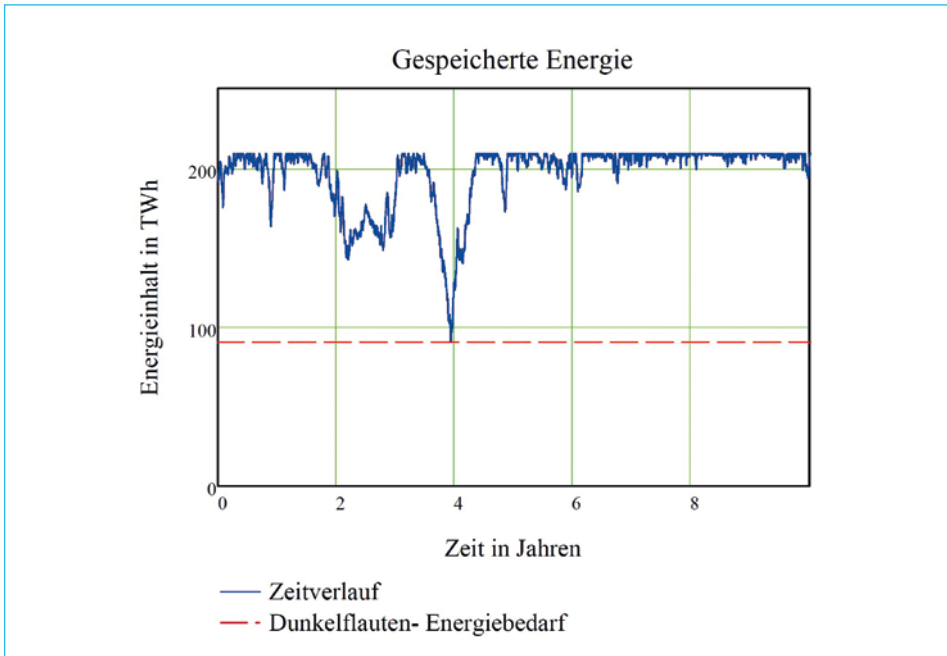


Abb. 7: Energieinhalt eines Methangas-Speichersystems gemäß Abbildung 6 (Kapazität 210 TWh, Driftfaktor $\alpha = 0,5$) für ein Stromnetz mit einem zeitlich konstanten elektrischen Leistungsbedarf von $\bar{R} = 62,8$ GW, entsprechend 550 TWh Jahresbedarf

Aufgrund der offensichtlichen Schwankungen des Speicherinhalts muss dieser Wert zusätzlich um weitere 120 TWh erhöht werden. Das wird mit einem Driftfaktor (Überkapazität) von $\alpha = 0,5$ erreicht. Dieser Wert ist so groß, weil der Speicherzulauf durch die überschüssige Leistung deutlich volatiler ist als bei dem eingangs betrachteten einfachen Pumpspeicher. Die Speichergröße liegt damit um mehr als Faktor zwei über dem Energiebedarf der längsten bisher bekannten Dunkelflaute.

5. Schlussfolgerungen und Fazit

Die Größe eines Speichers für erneuerbare Energien wird vor allem durch die Volatilität der W&S-Stromproduktion bestimmt. Bei einer vollständigen Versorgung mit volatilen Energien müssen, gemessen am mittleren Leistungsbedarf des Stromnetzes, 50 % Überkapazitäten zur Bewirkung der Drift und 64 % zur Kompensation der Verluste, zusammen also mehr als 110 % Leistungs-Überkapazitäten vorgehalten werden, damit der Speicher mit hoher statistischer Wahrscheinlichkeit immer verfügbar ist. Der Betrieb eines sicher verfügbaren Speichers ohne Überkapazitäten bzw. Drift ist physikalisch nicht möglich. Für jede kWh Stromverbrauch müssen mindestens 2,1 kWh W&S-Strom geerntet werden.

Das Problem der überschüssigen Stromproduktion durch W&S-Kraftwerke wird deshalb durch Speicher nicht gelöst, sondern zusätzlich verschärft. Aufgrund der abgeschätzten Größenordnungen dieses Speichersystems erscheint eine technische Umsetzung schon aus wirtschaftlichen Gründen fraglich.

6. Quellen

- [1] Ruhnau, O. und Qvist, S.: Storage requirements in a 100 % renewable electricity system: Extreme events and interannual variability. ZBW – Leibniz Information Centre for Economics, Kiel, Hamburg (2021).
- [2] Grimmet, G. und Stirzaker, D.: Probability and Random Processes. 3-rd edition, Oxford University Press, Oxford (2001).
- [3] Ahlborn, D. und Ahlborn, F.: Storage size estimation for volatile renewable power generation: an application of the Fokker–Planck equation. In: The European Physical Journal Plus 138 (2023), Art.-Nr. 401. URL: <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-023-04008-y> (Stand: 10.09.2023).
- [4] Ausfelder et al.: »Sektorkopplung« – Untersuchungen und Überlegungen zur Entwicklung eines integrierten Energiesystems. Schriftenreihe Energiesysteme der Zukunft, München, 2017.
- [5] Ahlborn, D.: Nutzung überschüssiger Wind- und Solarenergie durch Power-to-X- Konzepte. In: Niederhausen, H. (Hrsg.): Generationenprojekt Energiewende. Norderstedt: Books on Demand, 2022.
- [6] Borchert, U.: Gasturbine mit verstellbaren Leiteinrichtungen zur Verringerung des Brennstoffverbrauches im unteren Teillastbereich und im Leerlauf. Dissertation, Universität Erlangen, 2017.